

# Отчет по предмету «Прикладные программы математического моделирования» на тему: « Mathcad. Распределение давления в газовом трубопроводе»

**Екатеринка Алла**

Автор

Математика | Отчет | Статистика | Программы | Доклады | Программы и мероприятия (общая рубрика)



ФГАОУ ВПО «УРФУ»  
Кафедра технической физики

## ОТЧЕТ

---

по предмету «Прикладные программы математического моделирования»

на тему:

« MATHCAD. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДАВЛЕНИЯ В ГАЗОВОМ ТРУБОПРОВОДЕ»

Выполнила:

Группа: ФТМ – 120205

Преподаватель:

**Екатеринбург**

**2012**

Задача

Дано: участок газопровода между двумя вентилями, по которому течет газ. Длина участка очень велика (~100-1000км). Участок находится в стационарном режиме с массовым расходом  $G$  и давлениями  $P_1$  и  $P_2$  на концах участка;  $P_1 > P_2$ .

В момент времени  $t = T$  оба вентиля перекрываются. Рассчитать распределение давления по участку как функцию времени.

### Построение схемы модели

1. В начальном приближении не будем учитывать неидеальность газа. Конечно, природный газ при давлениях

$$P = nkT$$

перекачки далек от идеальности, но нам надо сначала решить, что-нибудь. Т. е.

2. Поскольку длина трубопровода много больше его поперечных размеров можно ограничиться гидравлическим приближением, т. е. считать поток газа одномерным и не рассчитывать распределение параметров по сечению трубы.

3. Движение газа в трубе определяется двумя силами: перепадом давления  $\Delta P$  и трением о стенку трубы (сопротивлением течению). В силу предыдущего предположения (см. п.2) будем считать силу сопротивления

$$P_1^2 - P_2^2 = \xi \frac{RT_1}{\mu S^2} G^2$$

пропорциональной перепаду давления, как это принято в гидравлических расчетах. Т. е.

$$R = kN_A, \quad \xi = \lambda \frac{l}{d}$$

,  $S$  – площадь сечения трубы,  $d$  – диаметр трубы.

Однако тут есть свои проблемы – коэффициент сопротивления  $\lambda$  зависит от режима течения, т. е. от числа

$$Re = \frac{4G}{\pi d \eta}$$

Рейнольдса, . В самом начальном уровне модели можно попытаться предположить постоянство  $\lambda$ . Однако более реалистичная модель должна учитывать зависимость коэффициента сопротивления от числа Рейнольдса (Рис. 1).

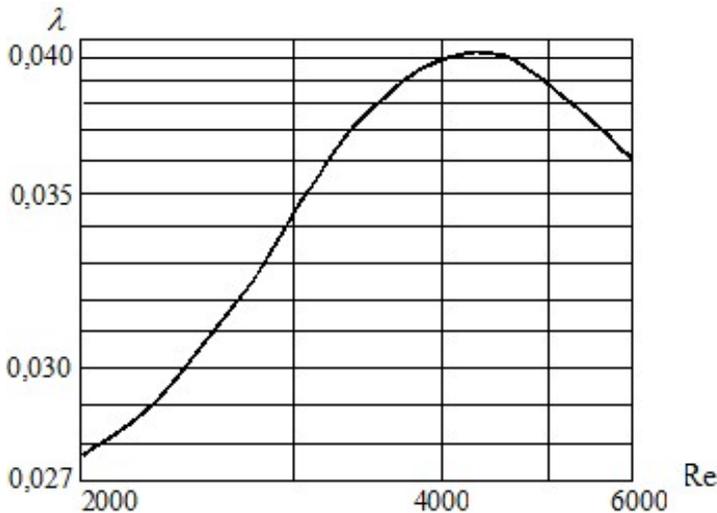


Рис. 1. График зависимости  $\lambda$  от числа  $Re$ .

4. Таким образом газ в каждой точке  $x$  характеризуется тремя параметрами  $G(x)$ ,  $P(x)$ ,  $T(x)$ , т. е. нужно ТРИ уравнения для замыкания системы.

5. Для  $T(x)$  существуют два предела: изотермическое течение и адиабатическое течение. В первом пределе связь  $P$  и

$$P = nkT_{const} \quad \text{или} \quad P = n \cdot const$$

$T$  будет: . Во втором -  $PV\gamma = const$ , приводя к  $n$ , получим  $P = n\gamma \cdot const$ .

6. Предположим, что равновесие в объеме газа  $\sim d^3$  наступает много быстрее, чем за время  $d/v$ , где  $v$  – скорость движения газа, т. е. движения достаточно медленные.

7. Рассмотрим дифференциально малый объем  $dx$  трубопровода в точке  $x$  (Рис. 2).

Должно выполняться уравнение непрерывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{v}) = 0$$

, в одномерном варианте это эквивалентно

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{1}{S} \frac{\partial G}{\partial x}$$

, где S – площадь сечения трубы.

Также должно выполняться условия механического равновесия, т. е. произведение массы выбранного элемента на

$$S dx \rho \frac{dv}{dt} = -F$$

ускорение должно удовлетворять закону Ньютона, т. е. равняться равнодействующей сил F: . На элемент действуют две силы: вязкое сопротивление движению Fсопр и градиент давления FdP. В условиях стационарного течения Fсопр = -FdP и F = 0.

Можно вспомнить уравнение Навье-Стокса – это уравнение сохранения импульса, оно же уравнение Ньютона

$$\rho \left( \frac{d\mathbf{v}}{dt} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) = -\operatorname{grad}(P) + \eta \Delta \mathbf{v} + \left( \zeta + \frac{\eta}{3} \right) \operatorname{grad}(\operatorname{div}(\mathbf{v}))$$

Можно записать так

$$\rho \left( \frac{d\mathbf{v}}{dt} \right) = \left( \eta \Delta \mathbf{v} + \left( \zeta + \frac{\eta}{3} \right) \operatorname{grad}(\operatorname{div}(\mathbf{v})) - \rho (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) - \operatorname{grad}(P)$$

$$-\operatorname{grad}(P)$$

Т. е. ускорение дифференциально малого объема среды есть разность двух членов: и

$$\left( \eta \Delta \mathbf{v} + \left( \zeta + \frac{\eta}{3} \right) \operatorname{grad}(\operatorname{div}(\mathbf{v})) - \rho (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right)$$

. Если первый очевидным образом и есть FdP, то второй — сила сопротивления Fсопр. Решать уравнение Навье-Стокса слишком сложно, попробуем обойтись без этого. Из

$$P_1^2 - P_2^2 = \xi \frac{RT_1}{\mu S^2} G^2 \quad \xi = \lambda \frac{l}{d}$$

гидравлики известно для стационарного течения в трубе:

. Откуда можно получить при

$$2P \frac{dP}{dl} = \lambda \frac{RT}{\mu S^2 d} G^2$$

$$0 = \lambda \frac{RT}{2\mu S^2 P d} G^2 - \frac{dP}{dx}$$

стремлении длины трубы к нулю

или, заменяя l на x,

. Второй член

$$-\operatorname{grad}(P)$$

$$\rho \left( \frac{d\mathbf{v}}{dt} \right)$$

уравнения есть => первый это сопротивление течению. Вместо 0 слева надо поставить

Окончательно получаем уравнение:

$$\rho \left( \frac{dv}{dt} \right) = \lambda \frac{RT}{2\mu S^2 P d} G^2 - \frac{dP}{dx}$$

Полная система уравнений получается такой

$$\rho \left( \frac{dv}{dt} \right) = \lambda \frac{RT}{2\mu S^2 P d} G^2 - \frac{dP}{dx}$$

– закон сохранения импульса;

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{1}{S} \frac{\partial G}{\partial x}$$

– закон сохранения массы;

$P = n \cdot \text{const}$  или  $P = n \cdot v \cdot \text{const}$  – уравнение состояния.

С учетом связи  $\rho = m \cdot n$  и  $G = S \rho v$ , имеем ТРИ неизвестных –  $G$ ,  $\rho$ ,  $P$  – и три уравнения. С учетом последнего уравнения системы, связывающего  $\rho$  и  $P$ , число уравнений и число неизвестных можно сократить до двух  $G$  и  $P$ .

$$P = C_I \cdot \rho \quad G = S \cdot v \cdot \rho$$

Приведем уравнения к  $P$  и  $G$ .

$$\rho \cdot \frac{dv}{dt} = \left( \frac{d}{dt} \rho v \right) - v \cdot \left( \frac{d}{dt} \rho \right) = \frac{1}{S} \cdot \left( \frac{d}{dt} G \right) - \frac{G}{S \cdot \rho} \cdot \left( \frac{d}{dt} \rho \right)$$

Проведя нехитрые математические вычисления, получим:

$$C_I \cdot S \cdot \left( \frac{d}{dt} P \right) = - \left( \frac{d}{dx} G \right)$$

$$\frac{P}{S} \cdot \left( \frac{d}{dt} G \right) + \frac{G \cdot C_I}{S^2} \cdot \frac{d}{dx} G = \left( \frac{\lambda}{d} \cdot \frac{R \cdot T}{\mu \cdot S^2} \cdot G^2 \right) - P \cdot \left( \frac{d}{dx} P \right)$$

Пусть

$$P(x) \cdot S = F(x) \quad \text{и} \quad \frac{\lambda}{d} \cdot \frac{R \cdot T}{\mu} = A$$

Получим систему уравнений с минимальным количеством коэффициентов:

$$C_I \cdot \left( \frac{d}{dt} F \right) = - \left( \frac{d}{dx} G \right)$$

$$F \cdot \left( \frac{d}{dt} G \right) + C_I \cdot G \cdot \frac{d}{dx} G = A \cdot G^2 - F \cdot \left( \frac{d}{dx} F \right)$$

Начальные условия

$$i_{\text{н}} = 0$$

$$F(x) = \sqrt{F_I^2 - A \cdot G_0^2 \cdot x}$$

$$G_0 = const$$

Поскольку решить уравнения не представляется возможным, пойдём другим путем.

Разобьем всю трубу на малые отрезки трубы  $\Delta x$ , содержащие РАВНЫЕ массы газа  $\Delta m$ .

Можно предположить, что границы раздела отрезков - бесконечно тонкие, непроницаемые поверхности.

Рассмотрим равновесие такого газо-отрезка как массивного тела. Для простоты сосредоточим всю массу в "границе",

т. е. рассмотрим массивные диски  $\Delta m$ , связанные между собой упругими силами давления газа и имеющими сопротивление движению трением.

$$\Delta m \cdot \frac{d}{dt} v = F_{\text{газ}} + F_{\text{тр}} + F_{\text{грав}}$$

Отрезки малы и в пределах отрезка можно предполагать равновесие, т. е. в пределах "отрезка" газ движется как целое и пребывает в тепловом равновесии.

$$\Delta m \cdot \frac{d}{dt} v = -\frac{\lambda}{d} \cdot \Delta l \cdot \frac{RT}{\mu \cdot S^2 \cdot P} G^2 - S \cdot (P_1 - P_2)$$

1. Делим трубу на отсеки, бесконечно тонкими, непроницаемыми дисками и вычисляем начальные скорости дисков.
2. Вычисляем новое положение дисков через  $t$ .
3. Вычисляем новые силы, действующие на диски после перемещения.
4. Вычисляем ускорение дисков, под действием новых сил.
5. Вычисляем новую скорость диска через  $t$ .

Данные:

матрица из  $(i = 0 \dots N)$  элементов.

Столбец = данные  $i$ -го диска.

0 - координата;

1 - скорость;

2 - ускорение;

$$k = 1.380650224 \cdot 10^{-23} \cdot \frac{\text{joule}}{K}$$

$$N_A := 6.0221417930 \cdot 10^{23} \cdot \frac{1}{mol}$$

$$R := k \cdot N_A$$

$$R = 8,314 \text{ Дж/К}$$

Данные для проверочных расчетов:

$$\mu := 29 \cdot \frac{gm}{mol}$$

молярная масса газа: (воздух);

$$T := 290 \cdot K$$

температура: ;

$$M := 1000 \cdot tonne$$

масса газа в трубе: ;

$$L := 100 \cdot m$$

длина трубы:

$$d := 1 \cdot m$$

диаметр трубы:

$$P_1 := 100 \cdot atm \quad P_2 := 50 \cdot atm$$

давления на концах трубы в стационаре: ; ;

$$G := 1 \cdot \frac{tonne}{sec}$$

расход: ;

$$N := 100$$

Число делений трубы:

$$S := \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2$$

$$\rho v := \frac{G}{S}$$

$$P := \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \end{pmatrix}$$

Распределение давления в стационарном режиме

$$P(x, L, P_1, P_2) := \sqrt{P_1^2 - \frac{P_1^2 - P_2^2}{L} \cdot x}$$

В программе:

$$P(P, \xi) = P_0 \cdot \sqrt{1 - \left[1 - \left(\frac{P_1}{P_0}\right)^2\right]^{\frac{2}{\xi}}}$$

$$\xi = \frac{x}{L}$$

$$\Delta m = \frac{M}{N - 1}$$

Масса диска

$$\Delta m = 1,01 \cdot 10^4 \text{ кг}$$

Среднее давление

$$P_{\text{ср}} = \frac{2}{3} P_1 \cdot \frac{1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^3}{1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^2}$$

В программе:

$$P_{\text{ср}}(P) = \frac{2}{3} \cdot P_0 \cdot \frac{1 - \left(\frac{P_1}{P_0}\right)^3}{1 - \left(\frac{P_1}{P_0}\right)^2}$$

Координаты первоначального положения дисков в момент закрытия трубы

$$P_i \cdot l_i = \text{const} \cdot \Delta m \cdot i$$

$$P = \sqrt{pl^2 - \frac{pl^2 - p^2}{l} \cdot x} = pl \cdot \sqrt{1 - \left[1 - \left(\frac{p^2}{pl}\right)^2\right] \cdot \frac{x}{l}}$$

$$m(l) = M \cdot \frac{1 - (\sqrt{1 - l \cdot A})^3}{1 - (\sqrt{1 - A})^3}$$

$$A = \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^2\right]$$

$$l_j = \frac{1 - \left(1 - \frac{m \cdot j}{B}\right)^{\frac{2}{3}}}{A}$$

$$B = \frac{M}{1 - (\sqrt{1-A})^3}$$

**FillInX(P, N, M)**

- вычисление координат дисков  $\xi_i$  для момента времени  $t = 0$ , координата  $\xi_i$  выражена

в долях  $L$ , т. е.  $x_j = L \cdot \xi_j$ . Здесь и далее.

$$\text{FillInX(P, N)} := \left\{ \begin{array}{l} A \leftarrow 1 - \left( \frac{P_1}{P_0} \right)^2 \\ mB \leftarrow \frac{1 - (\sqrt{1-A})^3}{N-1} \\ l \leftarrow 0 \\ \text{for } j \in 0..N-1 \\ \quad \left| \begin{array}{l} \xi_j \leftarrow l \\ l \leftarrow \frac{1 - [1 - mB \cdot (j+1)]^{\frac{2}{3}}}{A} \end{array} \right. \\ \xi^T \end{array} \right.$$

**D** = 

	0	1	2	3	4	5
0	0	7.868·10 <sup>-3</sup>	0.016	0.024	0.032	...

**FillInV(D, P)**

вычисление скоростей дисков  $\omega_i$  для момента времени  $t = 0$ , скорость выражена в долях

$$v_{\tilde{n}\delta} = \frac{G}{S \cdot \rho_{\tilde{n}\delta}} \quad v_i = \omega_i \cdot v_{\tilde{n}\delta}$$

, т. е.

$$v_{\tilde{n}\delta} := \frac{G \cdot L}{M} \quad v_{\tilde{n}\delta} = 100 \frac{m}{s}$$

В данном случае , т. е. для исходных данных

$$\text{FillInV(D, P)} := \left\{ \begin{array}{l} P2l \leftarrow \left( \frac{P_1}{P_0} \right) \\ A \leftarrow 1 - P2l^2 \\ P_{\tilde{n}\delta} \leftarrow \frac{2}{3} \cdot \frac{1 - P2l^3}{A} \\ \text{for } j \in 1..cols(\mathbf{D}) - 2 \\ \quad \left| \begin{array}{l} x \leftarrow \mathbf{D}_{0,j} \\ \mathbf{D}_{1,j} \leftarrow \frac{P_{\tilde{n}\delta}}{\sqrt{1-A \cdot x}} \end{array} \right. \\ \mathbf{D} \end{array} \right.$$

**D** = 

	0	1	2	3	4
0	0	7.86796·10 <sup>-3</sup>	0.015759	0.023674	0.031614
1	0	0.780083	0.782415	0.784776	...

$$\frac{M}{G} = 1 \times 10^3 \text{ s}$$

Вычисление перемещения дисков за  $\delta t$ . Величина  $\delta t$  задается в единицах ,

$$\delta t = 0.00001$$

$$\text{CalcNewPos}(\mathbf{D}, \delta t) := \begin{cases} \text{for } j \in 1..cols(\mathbf{D}) - 2 \\ \mathbf{D}_{0,j} \leftarrow \mathbf{D}_{0,j} + \delta t \cdot \mathbf{D}_{1,j} \\ \mathbf{D} \end{cases}$$

$$\mathbf{D} = \begin{array}{c|cccc} & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline 0 & 0 & 7.8757606 \cdot 10^{-3} & 0.0157672 & 0.0236823 \\ 1 & 0 & 0.7800828 & 0.7824154 & \dots \end{array} \quad \blacksquare$$

Вычисление изменения скорости за  $\delta t$ , складывается из потерь на трение и работы сил давления

$$v_0 = \frac{G \cdot L}{M} \quad t_0 = \frac{M}{G}$$

$$\frac{d}{dt} v_i = \frac{\lambda}{d} \cdot \frac{RT}{\mu \cdot C_I} (v_i)^2 - \frac{S}{\Delta m} \cdot (P_{i-1} - P_{i+1})$$

$$dv_i = A (v_i)^2 \cdot dt - \frac{S}{\Delta m} \cdot (P_{i-1} - P_{i+1}) \cdot dt$$

$$d\omega_i = \frac{\lambda}{d} \cdot \frac{RT}{\mu \cdot C_I} \cdot (\omega_i)^2 \cdot \left(\frac{G \cdot L}{M}\right)^2 \cdot \frac{M}{G} \cdot \frac{M}{G \cdot L} \cdot \delta t$$

$$A = \frac{\lambda}{d} \cdot \frac{RT}{\mu \cdot C_I} \cdot L$$

$$P = C_I \cdot \rho = C_I \cdot n \cdot \frac{\mu}{N_A}$$

$$C_I \cdot \frac{\mu}{N_A} = k \cdot T$$

$$C_I = \frac{R}{\mu} \cdot T$$

$$A = \frac{\lambda}{d} \cdot L$$

$$\frac{\lambda}{d} = \frac{(\mathbf{P}_0)^2 - (\mathbf{P}_1)^2}{L} \cdot \frac{\mu \cdot S^2}{R \cdot T \cdot G^2} \quad A = [(\mathbf{P}_0)^2 - (\mathbf{P}_1)^2] \cdot \frac{\mu \cdot S^2}{R \cdot T \cdot G^2}$$

$$d\omega_i = \frac{S}{\Delta m} \cdot (P_{i-1} - P_{i+1}) \cdot \frac{M}{G} \cdot \frac{M}{G \cdot L} \cdot \delta t$$

$$\Delta m \cdot \frac{d}{dt} v = -\frac{\lambda}{d} \cdot \Delta l \cdot \frac{RT}{\mu \cdot S^2 \cdot P} G^2 - S \cdot (P_1 - P_2)$$

$$PL_0 := P_{\text{ind}}(\mathbf{P}) \cdot \frac{1}{N-1}$$

$$B := \frac{S}{\Delta m} \cdot \left( \frac{M}{G} \cdot \frac{M}{G \cdot L} \right)$$

```

CalcNewVelocity(D, PL0, A, B, δt) :=
  for j ∈ 1..cols(D) - 2
    ω ← D1, j
    dωff ← -(A · ω2 · δt)
    P1 ←  $\frac{PL_0}{\mathbf{D}_{0, j} - \mathbf{D}_{0, j-1}}$ 
    P2 ←  $\frac{PL_0}{\mathbf{D}_{0, j+1} - \mathbf{D}_{0, j}}$ 
    dωP ← -(P2 - P1) · B · δt
    "ñêîðîñòù"
    D1, j ← ω + dωff + dωP
    "èçì. ñêîðîñòè èç-çà òðáîèÿ"
    D2, j ← dωff
    "èçì. ñêîðîñòè èç-çà áááèáîèÿ"
    D3, j ← dωP
    "áááèáîèá íáæáó j-1 è j"
    D4, j ← P1 · B
    "ðàçîñòù áááèáîèÿ áí j è ññèá"
    D5, j ← D0, j - D0, j-1}
```

$$\mathbf{D} := \text{CalcNewVelocity}(\mathbf{D}, PL_0, A, B, \delta t)$$

	0	1	2	3	4	5
0	0	7.876·10 <sup>-3</sup>	0.016	0.024	0.032	0.04
1	0	0.777	0.779	0.781	0.784	0.786
2	0	-3.476·10 <sup>-3</sup>	-3.497·10 <sup>-3</sup>	-3.518·10 <sup>-3</sup>	-3.54·10 <sup>-3</sup>	-3.562·10 <sup>-3</sup>
3	0	1.558·10 <sup>-4</sup>	2.349·10 <sup>-4</sup>	2.363·10 <sup>-4</sup>	2.378·10 <sup>-4</sup>	2.392·10 <sup>-4</sup>
4	0	7.859·10 <sup>3</sup>	7.843·10 <sup>3</sup>	7.82·10 <sup>3</sup>	7.796·10 <sup>3</sup>	7.773·10 <sup>3</sup>
5	0	7.876·10 <sup>-3</sup>	7.891·10 <sup>-3</sup>	7.915·10 <sup>-3</sup>	7.939·10 <sup>-3</sup>	...

## Выполнение последовательного расчета

$$Do(\mathbf{D}, n) := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0..n \\ \quad \mathbf{D} \leftarrow \text{CalcNewVelocity}(\mathbf{D}, PL_0, A, B, \delta t) \\ \quad \mathbf{D} \leftarrow \text{CalcNewPos}(\mathbf{D}, \delta t) \\ \mathbf{D} \end{array} \right.$$

$$\mathbf{D1} := Do(\mathbf{D}, 2000)$$

$$\mathbf{D1} =$$

	0	1	2	3	4	5
0	0	$8.305 \cdot 10^{-3}$	0.017	0.025	0.033	0.042
1	0	$4.919 \cdot 10^{-3}$	0.022	0.021	0.029	0.055
2	0	$-1.331 \cdot 10^{-7}$	$-2.686 \cdot 10^{-6}$	$-2.366 \cdot 10^{-6}$	$-4.925 \cdot 10^{-6}$	$-1.718 \cdot 10^{-5}$
3	0	$9.14 \cdot 10^{-5}$	$-1.788 \cdot 10^{-4}$	$3.245 \cdot 10^{-4}$	$-3.867 \cdot 10^{-4}$	$4.63 \cdot 10^{-4}$
4	0	$7.453 \cdot 10^3$	$7.444 \cdot 10^3$	$7.461 \cdot 10^3$	$7.429 \cdot 10^3$	$7.468 \cdot 10^3$
5	0	$8.305 \cdot 10^{-3}$	$8.315 \cdot 10^{-3}$	$8.295 \cdot 10^{-3}$	$8.332 \cdot 10^{-3}$	...

$$DoI(\mathbf{D}, n0, n, j, di) := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0..n0 \\ \quad \mathbf{D} \leftarrow \text{CalcNewVelocity}(\mathbf{D}, PL_0, A, B, \delta t) \\ \quad \mathbf{D} \leftarrow \text{CalcNewPos}(\mathbf{D}, \delta t) \\ \quad k \leftarrow 0 \\ \quad \text{for } i \in 0..n \\ \quad \quad \mathbf{D} \leftarrow \text{CalcNewVelocity}(\mathbf{D}, PL_0, A, B, \delta t) \\ \quad \quad \mathbf{D} \leftarrow \text{CalcNewPos}(\mathbf{D}, \delta t) \\ \quad \quad \text{if } mod(i, di) = 0 \\ \quad \quad \quad \mathbf{M}^{(k)} \leftarrow (\mathbf{D}^T)^{(j)} \\ \quad \quad \quad k \leftarrow k + 1 \\ \mathbf{M} \end{array} \right.$$

$$\mathbf{M} := DoI(\mathbf{D}, 10000, 1000, 4, 100)$$

$$\mathbf{M} =$$

	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	$6.961 \cdot 10^3$	$6.956 \cdot 10^3$	$6.952 \cdot 10^3$	$6.948 \cdot 10^3$
2	$6.96 \cdot 10^3$	$6.956 \cdot 10^3$	$6.952 \cdot 10^3$	$6.948 \cdot 10^3$
3	$6.961 \cdot 10^3$	$6.956 \cdot 10^3$	$6.952 \cdot 10^3$	$6.948 \cdot 10^3$
4	$6.96 \cdot 10^3$	$6.956 \cdot 10^3$	$6.952 \cdot 10^3$	$6.947 \cdot 10^3$
5	$6.961 \cdot 10^3$	$6.956 \cdot 10^3$	$6.951 \cdot 10^3$	$6.948 \cdot 10^3$
6	$6.959 \cdot 10^3$	$6.956 \cdot 10^3$	$6.952 \cdot 10^3$	$6.947 \cdot 10^3$
7	$6.96 \cdot 10^3$	$6.955 \cdot 10^3$	$6.95 \cdot 10^3$	$6.947 \cdot 10^3$
8	$6.958 \cdot 10^3$	$6.955 \cdot 10^3$	$6.95 \cdot 10^3$	$6.945 \cdot 10^3$
9	$6.958 \cdot 10^3$	$6.953 \cdot 10^3$	$6.949 \cdot 10^3$	$6.945 \cdot 10^3$
10	$6.956 \cdot 10^3$	$6.953 \cdot 10^3$	$6.948 \cdot 10^3$	$6.943 \cdot 10^3$
11	$6.955 \cdot 10^3$	$6.95 \cdot 10^3$	$6.946 \cdot 10^3$	...

Матрица M-результаты расчета.

Заключение

Была построена модель поведения газа внутри отрезка трубы, в которой поток газа перекрывался с обоих концов отрезка.

В процессе построения модели были сделаны следующие допущения: газ в трубе рассматривался в рамках модели ИГ, давление постоянно по сечению трубы, поток газа изотермический, гидравлическое сопротивление трубы  $\lambda$  постоянно.

## Приложение

### Постановка задачи:

В момент времени  $t = 0$  длинная (длина  $L$  много больше радиуса  $R$ ) **вакуумированная** труба подсоединяется к большому резервуару с давлением  $p$ . Найти зависимость от времени давления на закрытом конце трубы для вязкого режима течения в изотермических условиях.

### Решение:

Необходимо определить, как быстро частицы будут распространяться по трубе. Нас будет интересовать поведение плотности частиц в каждой точке трубы в любой момент времени. Для этого необходимо выделить элемент объёма, записать производную для него как быстро меняется число частиц и записать потоки частиц через его границы. В итоге должна получиться зависимость от координаты и времени.

Нас интересует локальная производная (производная в каждой точке). Число частиц в выбранном элементе будет меняться только за счёт притока частиц извне этого элемента, так как границы канала непроницаемы. Запишем

уравнение для изменения  $n$  частиц в выбранном элементе объёма  $dV = dx \cdot S$  :

$$\frac{\partial(n \cdot dx \cdot S)}{\partial t} = U_1(x + dx)n_1(x + dx)S + U_1(x)n_1(x)S =$$

=

=

Перепишем (1) с учетом того, что мы будем рассматриваем поток через единичную площадь, а также заметим, что это выражение напоминает производную:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{-J(x + dx) + J(x)}{\partial t} = -\frac{\partial J}{\partial x} \quad (6.7.2)$$

Поток частиц в нашем случае можно выразить как:

$$J = -\frac{\pi R^4}{8\eta} \frac{\partial P}{\partial x} \quad J = -\frac{\pi R^4}{8\eta} \frac{\partial P}{\partial x}$$

1112

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( -\frac{\pi R^4}{8\eta} \frac{\partial P}{\partial x} \right) = -\frac{\pi R^4}{8\eta} \frac{\partial^2 P}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( -\frac{\pi R^4}{8\eta} \frac{\partial P}{\partial x} \right) = -\frac{\pi R^4}{8\eta} \frac{\partial^2 P}{\partial x^2}$$

(4)

Таким образом, получилось уравнение, содержащее первую производную по времени и вторую производную по координате

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{\pi R^4}{8\eta} \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} \quad (6.7.5)$$

Применяя основное уравнение МКТ (6.5.1) имеем:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{kT\pi R^4}{8\eta} \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} \quad (6.7.6)$$

Уравнение (6) линейное однородное дифференциальное уравнение в частных производных. Запишем его в общем виде, обозначив множитель через

$a^2$

$a^2$

:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 n}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 n}{\partial x^2}$$

(7)

Определимся с граничными и начальными условиями. На конце  $x=l$  поддерживается постоянная плотность потока

$n_0$

$n_0$

, а второй конец

изолирован, так что через него не происходит движения потока. Этим предположениям отвечают граничные условия.

=

=

$$\frac{\partial n(0,t)}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial n(0,t)}{\partial x} = 0$$

(8)

Начальное условие имеет вид:

$$x, 0 = f(x) \quad (0 \leq x \leq l)$$

$$x, 0 = f(x) \quad (0 \leq x \leq l)$$

(9)

Выражение 7 имеет вид уравнения теплопроводности. Таким образом, в первую очередь нужно было ознакомиться с книгой «Теория теплопроводности». В данной книге автор рассматривает различные аналитические методы решения уравнения теплопроводности. Но, к сожалению, решение, которое удовлетворяло бы нашим граничным и начальным условиям не было найдено. Таким образом, возникла необходимость изучить подробнее материал по решению уравнений мат. физики, чтобы решить линейное однородное дифференциальное уравнение в частных производных при интересующих нас заданных условиях. Таким образом, мы пришли к следующим результатам.

Удобнее ввести взамен  $n$  новую неизвестную функцию

, положив

=

=

. Для

имеем, очевидно,

такое же уравнение:

$$\frac{\partial m}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 m}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial m}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 m}{\partial x^2}$$

(10)

Предельные условия заменяются более простыми:

=

=

$$\frac{\partial m(0, t)}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial m(0, t)}{\partial x} = 0$$

(11)

Начальное условие преобразуется следующим образом:

$$x, 0 = f(x) - n(0)$$

$$x, 0 = f(x) - n(0)$$

(12)

Далее для решения уравнения воспользуемся методом Фурье. Т. е. решение нужно искать в виде произведения двух функций  $(X(x), T(t))$ , каждая из которых зависит только от одной независимой переменной:

$$x, t = X(x)T(t)$$

$$x, t = X(x)T(t)$$

(13)

Подставляем (13) в уравнение (10) и разделяем переменные:

$$\frac{T'(t)}{a^2 T(t)} = \frac{X''(x)}{X(x)} \quad (6.7.14)$$

Если постоянное значение этих отношений положить равным

$$-a^2 \lambda^2$$

$$-a^2 \lambda^2$$

(

>

>

, то уравнение

разобьется на два

$$T' + a^2 \lambda^2 T = 0$$

$$T' + a^2 \lambda^2 T = 0$$

, откуда

=

=

(15)

$$X' + \lambda^2 X = 0$$

$$X' + \lambda^2 X = 0$$

, откуда

=

=

(16)

Так как

$$dX/dx = -\lambda A \sin \lambda x + \lambda B \cos \lambda x$$

$$dX/dx = -\lambda A \sin \lambda x + \lambda B \cos \lambda x$$

(17)

То второе предельное условие дает  $B=0$ , а из первого получим

$$\lambda l = 0$$

$$\lambda l = 0$$

(18)

Так что  $\lambda$

$$\lambda$$

может принимать

значения:

$$\lambda$$

$$\lambda$$

, ... (19)

Окончательно приходим к таким частным решениям:

$$m_k = a k e^{-a^2 \lambda k^2 t} \cos \lambda k x, \quad k=1,2,3,\dots$$

$$m_k = a k e^{-a^2 \lambda k^2 t} \cos \lambda k x, \quad k=1,2,3,\dots$$

(20)

Из которых и составляем общее решение:

$$=$$

$$=$$

(21)

Начальное условие в этом случае приводит к разложению:

$$k=1 \infty a k \cos 2k-1 \pi x / 2l = f(x) - n_0$$

$$k=1 \infty a k \cos 2k-1 \pi x / 2l = f(x) - n_0$$

(22)

не стандартного вида. Однако, при соблюдении обычных требований относительно функции  $f(x) \neq 0$  это разложение в действительности имеет место при:

$$a k = 2l \int_0^l f(x) \cos 2k-1 \pi x / 2l dx - 4 \pi n_0 / 2k-1$$

$$a k = 2l \int_0^l f(x) \cos 2k-1 \pi x / 2l dx - 4 \pi n_0 / 2k-1$$

(23)

Итак, окончательно:

$$=$$

$$=$$

(24)

$x=0$

В нашем случае

$x=0$

примет вид:

=

=

, поэтому разложение

(25)



auto.ru

РЕКЛАМА



## Chevrolet Niva 2004. 315 000 ₽

315 000 ₽

[Узнать больше](#)

## Заказать написание учебной работы

Поможем с курсовой, контрольной, дипломной, рефератом, отчетом по практике, научно-исследовательской и любой другой работой

Укажите тему работы

+7 (\_\_\_) \_\_\_-\_\_-\_\_

Выберите тип работы

Электронная почта

**Продолжить**

Нажимая кнопку "Продолжить", я принимаю политику конфиденциальности

**Получить полный текст**



РЕКЛАМА

statobrabotka.ru

Нужен статистический анализ?



РЕКЛАМА



 [suzuki-rostov.ru](http://suzuki-rostov.ru)

—200 000₽ на SUZUKI  
CIAZ. Акция до 28.02



РЕКЛАМА



 [lada-rstv.ru](http://lada-rstv.ru)

Lada Niva Legend 3 дв.  
2023. 438 710 ₽



РЕКЛАМА

 auto.ru



**250 000 ₽**

Chevrolet Niva  
2003



**315 000 ₽**

Chevrolet Niva  
2004



**1 529 900 ₽**

Renault  
Talisman 2017



**279 000 ₽**

LADA (BA3)  
Priora 2010



$$r_n = \frac{2r_0}{1+r_0}$$

Вычисление

это получение из входных данных нового знания

- [Как люди считали в старину и как считали цифры - часть 1](#)
- [Математическое моделирование, численные методы](#)
- [Хорошо ли вы считаете? - считать приходится везде](#)
- [Необыкновенная арифметика - часть 1](#)
- [Когда не следует пользоваться шаблонными приемами вычислений](#)

## Давление в науке

---

- [Гидростатика. Гидростатическое давление. Поверхности равного давления. Приборы для измерения давления. Давление жидкости на плоские поверхности, центр давления. Давление жидкости на криволинейные поверхности. Закон Архимеда](#)
- [Устойчивость откосов и давление грунтов на ограждения и подпорные стены](#)
- [Методы и средства измерения давления и разности давлений](#)
- [Почему прибор для измерения давления называется барометр? В каких единицах он проградуирован?](#)
- [Лабораторная работа. Изучение метрологических характеристик и правил поверки деформационных приборов давления](#)
- [Диагностирование подшипников кривошипно-шатунного механизма двигателей внутреннего сгорания по параметрам пульсации давления в центральной масляной магистрали. Автореферат](#)
- [К вопросу деформируемости металлов при обработке давлением](#)
- [Глазное давление: тонометрические и тонографические методы исследования](#)
- [Проблемно творческая работа «Влияние атмосферного давления на человека и живые организмы»](#)
- [Особенности суточного профиля артериального давления у детей дошкольного возраста. Автореферат](#)

## Моделирование - понятие широкое

---

- [Что это такое?](#)
  - [Имитационное моделирование экономических систем](#)
  - [Идея эффективного высокотехнологичного развития страны на основе модернизации. Анализ и моделирование развития стран мира и России](#)
  - [Моделирование системы менеджмента для устойчивого развития организации на основе управления отношениями с заинтересованными сторонами](#)
  - [Моделирование конкуренции на региональном рынке сотовой связи](#)
  - [Моделирование нефтяных и газовых залежей на основе капиллярно-гравитационной концепции нефтегазонакопления с целью повышения эффективности их разведки и разработки](#)
  - [Компьютерное моделирование взаимодействия железнодорожных экипажей и мостов](#)
  - [Численное моделирование переходных течений](#)
  - [Моделирование стратегии информационной безопасности глобальных субъектов](#)
  - [Моделирование тепловых режимов электронной аппаратуры с учетом результатов газогидродинамического анализа](#)
- 
- [Отчеты, доклады, прочая статистика](#)
  - [Протоколы](#)
  - [Отчетность](#)



## Протоколы

---

Все документы по ссылкам ниже доступны в открытых источниках

- |   |   |
|---|---|
| <a href="#">Выписки из протоколов заседаний строительных организаций</a>  | <a href="#">Протоколы конкурсов на выполнение монтажных работ</a> |
| <a href="#">Выписки из протоколов правлений некоммерческих партнерств</a> | <a href="#">Протоколы аукционов на капитальное строительство</a>  |

Выписки из протоколов саморегулируемых организаций	Протоколы аукционов на капитальный ремонт
Выписки из протоколов Протоколы «Нефтегазстрой»	Протоколы аукционов на техническое переоснащение
Протоколы альянсов	Протоколы в отношении безработицы и безработных граждан
Протоколы в отношении объектов недвижимости	Протоколы в отношении многоквартирных домов
Протоколы внеочередных собраний	Протоколы в отношении субъектов предпринимательства
Протоколы вскрытия конвертов	Протоколы в форме общественного слушания
Протоколы закупочных комиссий	Протоколы вступительных испытаний
Протоколы заседаний конкурсных комиссий	Протоколы договоров страхования
Протоколы заседаний партнерств	Протоколы допросов
Протоколы заседаний по выборам подрядных организаций	Протоколы заседаний в отношении земельных вопросов
Протоколы заседаний по реализации национальных проектов	Протоколы заседаний в отношении нормативно-правовых актов
Протоколы заседаний президиумов партнерств	Протоколы заседаний комиссий по обеспечению безопасности движения
Протоколы заседаний президиумов советов	Протоколы заседаний комиссий по отбору многоквартирных домов
Протоколы заседаний проектов "Доступное жилье"	Протоколы заседаний комиссий по размещению запросов котировок
Протоколы заседаний советов	Протоколы заседаний комиссий по студенческим вопросам
Протоколы заседаний технических советов	Протоколы заседаний обществ архитекторов
Протоколы заседаний	Протоколы заседаний по законопроектной деятельности
Протоколы застройки муниципальных поселений	Протоколы заседаний проектных обществ
Протоколы заявок на ремонт помещений	Протоколы заседаний сельских поселений
Протоколы комиссий на размещение заказов	Протоколы заявок на выполнение предварительных работ по ремонту
Протоколы конкурсов на договора аренды	Протоколы заявок на поставку костюмов
Протоколы котировочных заявок на строительные работы	Протоколы конкурсов на поставку строительных материалов
Протоколы котировочных заявок	Протоколы конкурсов на право заключения инвестиционных договоров
Протоколы на размещение заказов в области строительства	Протоколы конкурсов на
Протоколы на участие в закрытых аукционах	
Протоколы на участие в открытых аукционах	
Протоколы некоммерческих организаций	
Протоколы некоммерческих	

партнерств	реконструкцию недвижимости
Протоколы общих собраний	Протоколы межведомственных комиссий
Протоколы отраслевых комиссий	Протоколы мероприятий в целях поддержки субъектов
Протоколы оценок и сопоставления заявок	Протоколы мероприятий по реализации соглашений
Протоколы оценок котировочных заявок	Протоколы о реализации культурного сотрудничества
Протоколы по вскрытию конвертов	Протоколы о реализации научно-технического сотрудничества
Протоколы по проектам генеральных планов	Протоколы о реализации торгово-экономического сотрудничества
Протоколы проведения котировочных цен	Протоколы общественных обсуждений
Протоколы проведения торгов	Протоколы оценки заявок на участие в тендерах
Протоколы проектов правил землепользования	Протоколы проведения олимпиад
Протоколы публичных слушаний	Протоколы проведения слушаний по межеваниям территорий
Протоколы рассмотрения заявок	Протоколы проведения слушаний по проектам планировки
Протоколы решений муниципалитетов	Протоколы публичных слушаний по документам
Протоколы саморегулируемых организаций	Протоколы слушаний бюджетных организаций
Протоколы собраний членов правлений	Протоколы слушаний министерств и ведомств
Протоколы совещаний городских округов	Протоколы слушаний о выполнении областных бюджетов
Протоколы совещаний по выработке антикризисных предложений	Протоколы собраний по вопросам кредитования
Протоколы союзов строителей	Протоколы собраний учредителей предприятий
Протоколы строительных организаций	Протоколы совещаний в отношении строящегося жилья
Протоколы участия в закрытых конкурсах	Протоколы совещаний об ипотечном кредитовании
Протоколы участия в открытых конкурсах	Протоколы совещаний Росреестра
Протоколы	Протоколы совещаний участников долевого строительства
	Протоколы утвержденных программ

## Временные срезы

Протоколы по годам      Протоколы по месяцам

[Протоколы за 2000 год](#)  
[Протоколы за 2001 год](#)  
[Протоколы за 2002 год](#)  
[Протоколы за 2003 год](#)  
[Протоколы за 2004 год](#)  
[Протоколы за 2005 год](#)  
[Протоколы за 2006 год](#)  
[Протоколы за 2007 год](#)  
[Протоколы за 2008 год](#)  
[Протоколы за 2009 год](#)  
[Протоколы за 2010 год](#)  
[Протоколы за 2011 год](#)  
[Протоколы за 2012 год](#)  
[Протоколы за 2013 год](#)  
[Протоколы за 2014 год](#)

[Протоколы за январь-месяц](#)  
[Протоколы за февраль-месяц](#)  
[Протоколы за март-месяц](#)  
[Протоколы за апрель-месяц](#)  
[Протоколы за май-месяц](#)  
[Протоколы за июнь-месяц](#)  
[Протоколы за июль-месяц](#)  
[Протоколы за август-месяц](#)  
[Протоколы за сентябрь-месяц](#)  
[Протоколы за октябрь-месяц](#)  
[Протоколы за ноябрь-месяц](#)  
[Протоколы за декабрь-месяц](#)

## Смотрите также

## Отчетность

[Нефтегазовые предприятия, отчеты и статистика](#)

[Ежегодные отчеты](#)  
[Ежеквартальные отчеты](#)  
[Ежемесячные отчеты](#)  
[Отчеты о прессе \(в СМИ\)](#)  
[Отчеты по практике](#)  
[Программы развития](#)  
[Публичные слушания](#)  
[Рабочие программы](#)  
[Распорядки](#)  
[Торги](#)  
[Целевые программы](#)

## Финансы

[Аудит](#)  
[Закупочная документация](#)  
[Закупочные интервенции](#)  
[Клиринг](#)  
[Конкурсная документация](#)  
[Программы](#)  
[Протоколы заседаний](#)  
[Протоколы котировочных заявок](#)  
[Учет](#)

## Прочие документы

[Анкета](#), [Бюллетени](#), [Внимание](#), [Дизайн](#),  
[Заклучения](#), [Извещения](#), [Обращения](#),  
[Письмо](#), [Положения](#), [Постановления](#),  
[Предисловия](#), [Предписания](#),  
[Предприятия](#), [Приказы](#), [Проекты](#)  
[постановлений](#)



### Бизнес и право:

[Банковское право](#) • [Государственная аккредитация](#) • [Корпоративные финансы](#) • [Налоговое право](#) •  
[Налоговый кодекс](#) • [Уставы закрытых акционерных обществ](#) • [Уставы кредитных обществ](#) • [Уставы обществ с ограниченной ответственностью](#) •  
[Уставы открытых акционерных обществ](#) • [Финансовое право](#) •  
[Хозяйственное право](#)

## Проекты по теме:



[Поиск](#)



[Вики](#)



[Архив](#)



[Бизнес](#)



[Наука](#)



[Отчеты](#)



[Право](#)



[Рабочие программы](#)



[Математика](#)



[Юриспруденция](#)



[Логика](#)



[Отчеты по регионам, датам и планы развития](#)



[Математика](#)



[Основные порталы \(построено редакторами\)](#)



[Фотоблоги](#)



[Каталог авторов \(частные аккаунты\)](#)

[Правила пользования Сайтом](#)

[Правила публикации материалов](#)

[Как сделать запрос на удаление материала](#)

[Политика конфиденциальности и обработки персональных данных](#)

При перепечатке материалов ссылка на [pandia.ru](http://pandia.ru) обязательна.

Минимальная ширина экрана монитора для комфортного просмотра сайта: 1200 пикселей.

Мы признательны за найденные неточности в материалах, опечатки, некорректное отображение элементов на странице - отправляйте на [support@pandia.ru](mailto:support@pandia.ru)

#### Авторам

[Открыть сайт](#)

[Войти](#)

[Пожаловаться](#)

#### О проекте

[Главная страница](#)

[Справка](#)

[О проекте](#)

[Сообщить о нарушении](#)

[Форма обратной связи](#)

**Copyright** © 2009-2023 [Pandia](#). Все права защищены. Мнение редакции может не совпадать с мнениями авторов.

Автоответчик: +7 495 7950139 228504

Написать письмо: [support@pandia.ru](mailto:support@pandia.ru)

[Реклама на сайте](#)

[Размещение статей](#)

[English version](#)

[Карта сайта](#)

[Проекты](#)

[Обучение](#)

[Топ](#)

[Помощь](#)

[Контакты](#)

#### Архивы

[Все категории](#)

[Архивные категории](#)

[Все статьи](#)

[Фотоархивы](#)

